Colle du 16/10 - Sujet 1
Complexes et calcul algébrique

Question de cours. Démontrer la sommes des premiers carrés à l'aide de la somme des premiers entiers.

Exercice 1. Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que z, z^2 et z^4 soient alignés.

Exercice 2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{n+1-k} \right)$.

Colle du 16/10 - Sujet 2
Complexes et calcul algébrique

Question de cours. Démonstration de $|z + z'|^2 = \dots$ et de l'inégalité triangulaire supérieure.

Exercice 1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, calculer $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$.

Exercice 2. Soit $(a, b) \in \mathbb{U}^2$, $a \neq b$. Pour tout $z \in \mathbb{C}$, calculer $\mathrm{Re}\left(\frac{z+ab\overline{z}-a+b}{a-b}\right)$.

LYCEE RAOUL FOLLEREAU Colle de mathématiques PTSI 2022-2023

Colle du 16/10 - Sujet 3
Complexes et calcul algébrique

Question de cours. Démonstration de $\cos(p) + \cos(q) = \dots$ en passant par les complexes.

Exercice 1. Soient $n \in \mathbb{N}$ et $(a_i)_{0 \leqslant i \leqslant n}$ et $(b_i)_{0 \leqslant i \leqslant n}$ deux familles de complexes. Pour tout $k \in [\![0; n]\!]$, on pose $B_k = \displaystyle\sum_{i=0}^{k} b_i$. Montrer que

$$a_n B_n - \sum_{k=0}^{n-1} (a_{k+1} - a_k) B_k = \sum_{k=0}^{n} a_k b_k.$$

Exercice 2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Simplifier l'expression de $z = \left(1 + i\sqrt{3}\right)^n + \left(1 - i\sqrt{3}\right)^n$.